



Examens de la Nouvelle-Écosse Mathématiques avancées 12

Exemplaire Web 2

Renseignements généraux

Cet examen est composé de deux sections dont les durées suggérées sont les suivantes :

- | | |
|----------------------------------|-----------------------------|
| - questions à réponse choisie | Valeur 25 points (1 heure) |
| - questions à réponse construite | Valeur 75 points (2 heures) |

Durée totale : 3 heures

Prends en considération ces durées estimées afin de te guider pour compléter cet examen. Il n'est pas nécessaire d'utiliser la durée estimée pour compléter chaque section. Organise ton temps de façon à être capable de compléter l'examen.

Les calculatrices à affichage graphique (TI-82, TI-83, TI-83 plus, TI-84 ou TI-84 plus) peuvent être utilisées pour compléter certains problèmes mais elles ne peuvent pas être partagées. Tu ne peux utiliser ta propre calculatrice à affichage graphique sauf si ton enseignant(e) en a effacé la mémoire auparavant.

Du papier quadrillé, du papier brouillon, des feuilles de formules et des tables des aires sous la courbe sont fournis à la fin de ce livret. Tu peux détacher ces feuilles du livret.

Dans ce document, les figures ne sont pas nécessairement tracées à l'échelle.

Questions à réponse choisie
(Valeur totale : 25 points)

Cette section de l'examen comprend 35 questions à réponse choisie valant chacune 1 point. Lis attentivement chaque question et décide quelle réponse est la **meilleure** pour répondre à la question posée. Par la suite, écris la lettre dans la boîte et noircis la bulle correspondante à ton choix sur le formulaire de réponses (dans la section réponse choisie) en utilisant un crayon HB.

Voir l'exemple ci-dessous.

Exemple :

1. Quelle est la valeur de $\log_2 8$?

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\log 4$
C. 3 D. 4

sur le formulaire de réponses :

1. C A B D

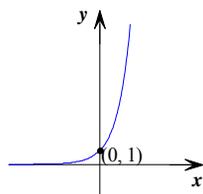
Si tu désires changer une réponse, assure-toi d'effacer complètement ton choix précédent.

1. Quel est le point d'intersection des fonctions définies par $y = a^x$ et $y = a^{-x}$?

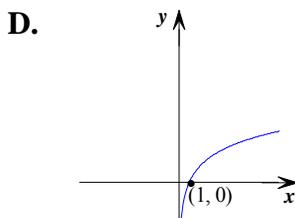
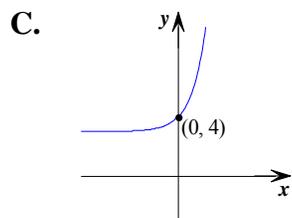
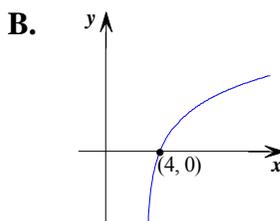
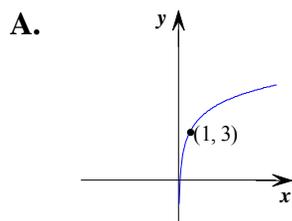
- A. $(a, 0)$
- C. $(0, -a)$

- B. $(1, 0)$
- D. $(0, 1)$

2. Étant donné le graphique de $y = 2^x$ ci-dessous.



Lequel des graphiques est celui de la réciproque de $y = 2^x$ avec une translation verticale de 3 unités vers le haut?



3. L'équation de l'asymptote horizontale du graphique de la fonction $y = a^{x-c} + b$ est :

- A. $y = c$
- C. $y = -b$

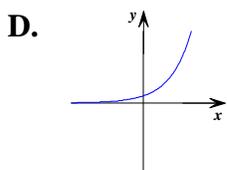
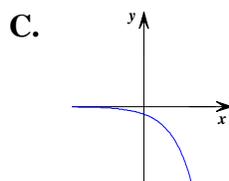
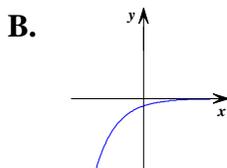
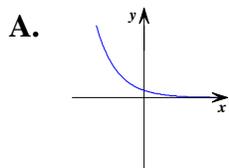
- B. $y = -c$
- D. $y = b$

4. Quelle est la valeur d'un quart de 4^{1000} ?

- A. 4^{250}
- C. 4^{999}

- B. 1^{1000}
- D. 4^{996}

5. Lequel des graphiques suivants est représenté par une fonction de la forme $y = Ab^x$ lorsque $A < 0$ et $0 < b < 1$?



6. Un échantillon de substance radioactive a une demi-vie de 5 jours. Au début, il y a 200 g de cette substance. Quelle équation permet de calculer la masse restante, m , après t jours?

A. $m = 200(2)^{\frac{5}{t}}$

B. $m = 200(2)^{-\frac{t}{5}}$

C. $m = 200(5)^{-\frac{t}{2}}$

D. $m = 200\left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{t}{5}}$

7. $(\log_a y^2)(\log_y a^2)$ est égal à

A. $\log_{ay}(y^2 + a^2)$

B. 1

C. $\log_{ay}(ay)^2$

D. 4

8. $\log_{\sqrt{b}} b$ est égal à

A. 2

B. 1

C. $\frac{1}{2}$

D. b

9. $\log_a \left(\frac{x}{y}\right) + \log_a \left(\frac{y}{z}\right) - \log_a \left(\frac{x}{z}\right)$ est égal à

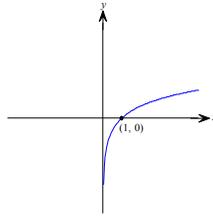
A. $\log_a 0$

B. $\log_a \left(\frac{x^2}{y^2}\right)$

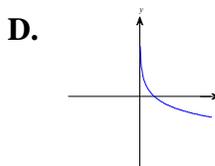
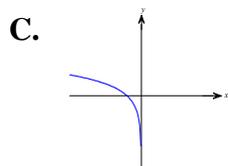
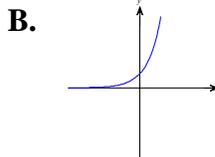
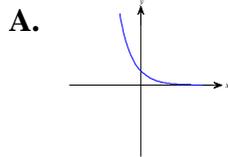
C. 1

D. 0

10. Le graphique ci-dessous est celui de $y = \log_3 x$.



Lequel des graphiques suivants pourrait représenter la réciproque de $y = \log_3 x$?



11. Le centre et le rayon d'un cercle d'équation $x^2 + 6x + y^2 = 16$ sont

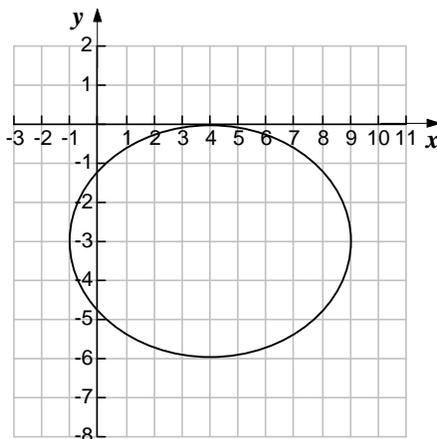
A. $(-3, 0)$ et 4

B. $(-6, 0)$ et 4

C. $(-3, 0)$ et 5

D. $(-6, 0)$ et 5

12. Les coordonnées des foyers de l'ellipse ci-dessous sont :



A. $(-1, -3)$ et $(9, -3)$

B. $(0, -3)$ et $(8, -3)$

C. $(1, -3)$ et $(7, -3)$

D. $(2, -3)$ et $(6, -3)$

13. L'équation d'une ellipse est $\frac{(x+2)^2}{16} + \frac{(y-5)^2}{49} = 1$. Lequel des énoncés suivants est vrai?

- A. La longueur de son grand axe est 7. B. La longueur de son petit axe est 8.
C. Les coordonnées de son centre sont $(2, -5)$. D. Son petit axe est parallèle à l'axe des y .

14. Afin que $Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ représente une ellipse, laquelle des conditions suivantes est nécessaire?

- A. A et C ont le même signe et $A \neq C$. B. A et C n'ont pas le même signe et $A \neq C$.
C. A et C ont le même signe et $A = C$. D. A et C n'ont pas le même signe et $|A| = |C|$.

15. Un angle mesurant 2 radians mesure combien en degré (au degré près)?

- A. 90° B. 115°
C. 230° D. 360°

16. Quel angle *n'est pas* co-terminal à un angle mesurant $\frac{10\pi}{3}$?

- A. $\frac{16\pi}{3}$ B. $\frac{2\pi}{3}$
C. $\frac{4\pi}{3}$ D. $-\frac{2\pi}{3}$

17. Si le point $(-2, 3)$ se trouve sur le côté terminal de l'angle θ alors,

- A. $\sin \theta < 0$ et $\cos \theta > 0$ B. $\sin \theta > 0$ et $\cos \theta > 0$
C. $\sin \theta < 0$ et $\cos \theta < 0$ D. $\sin \theta > 0$ et $\cos \theta < 0$

18. Une fonction trigonométrique a les caractéristiques suivantes :

- période de π
- translation horizontale de $\frac{\pi}{6}$ vers la droite par rapport à $y = \cos x$

L'équation de cette fonction est

- A. $y = \cos\left(0,5x - \frac{\pi}{12}\right)$ B. $y = \cos\left(0,5x - \frac{\pi}{6}\right)$
- C. $y = \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ D. $y = \cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$

19. $\cos^2\left(\frac{\pi}{4}\right) - \sin^2\left(\frac{\pi}{4}\right)$ est égale à

- A. $\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)$ B. $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$
- C. 1 D. -1

20. $\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ est égal à

- A. $\cos x$ B. $\sin x$
- C. $-\cos x$ D. $-\sin x$

21. Un groupe de 5 élèves doit être choisi parmi 10 élèves pour assister avec un concert d'école. André et Marisse ont déjà été choisis. Quelle est la probabilité que les trois meilleurs amis d'André et Marisse soient aussi choisis considérant qu'ils font parti des 10 élèves?

- A. $\frac{1}{{}_{10}C_3}$ B. $\frac{1}{{}_8C_3}$
- C. $\frac{{}_8C_3}{{}_{10}C_3}$ D. $\frac{3}{{}_8C_3}$

22. Un groupe d'élèves a passé un test de mathématiques. La moyenne de la classe était de 55 %, avec un écart type de 5 %. L'enseignant n'a pas inclus la note d'un élève qui était de 0 %. Si l'enseignant avait inclus cette note avec les autres, lequel des énoncés suivants serait correct?

- A.** La moyenne et l'écart type auraient tous deux augmenté.
- B.** La moyenne et l'écart type seraient restés les mêmes.
- C.** La moyenne aurait diminué et l'écart type aurait augmenté.
- D.** La moyenne aurait augmenté et l'écart type serait resté le même.

23. Pierre a obtenu une note de 72 sur un test de français. Cette note est 1,5 écart types au-dessus de la moyenne. Quelle est la moyenne à ce test si l'écart type est de 4?

- A.** 66
- B.** 68
- C.** 72
- D.** 78

24. Si le taux de réussite d'un événement est de 65 %, quelle expression peut être utilisée afin de calculer la probabilité d'avoir 60 réussites dans 100 essais?

- A.** ${}_{100}C_{65} (0,60)^{65} (0,40)^{35}$
- B.** ${}_{100}C_{60} (0,65)^{60}$
- C.** ${}_{100}C_{60} (0,65)^{60} (0,35)^{40}$
- D.** ${}_{60}C_{40} (0,65)^{60} (0,35)^{40}$

25. Les poids des nouveau-nés dans une pouponnière sont distribués de façon normale avec une moyenne de 3,2 kg et un écart type de 0,7 kg. Quelle est la probabilité qu'un bébé soit né pesant moins de 4,6 kg?

- A.** 95 %
- B.** 47,5 %
- C.** 48,7 %
- D.** 97,7 %

Questions à réponse construite
(Valeur totale : 75 points)

Cette section d'examen comprend les questions à réponse construite. Lis attentivement chaque question et écris ta réponse dans l'espace fourni dans le cahier d'examen. Assure-toi que tes réponses soient lisibles. Montre ton travail là où c'est demandé, car des points seront alloués pour une méthode correcte ainsi que pour la réponse finale. Là où l'on demande seulement la réponse finale, aucun point n'est accordé pour la méthode.

Arrondis tes réponses au centième près lorsque celles-ci sont sous forme décimale. Si une valeur est arrondie en cours de résolution d'un problème, il faut maintenir au moins 4 décimales après la virgule. Les réponses finales, écrites sous forme décimale, doivent être arrondies à un minimum d'un centième près.

À l'exception des questions de probabilité, toute réponse doit être donnée sous forme simplifiée.

26. Le tableau suivant représente la population de lièvres (P) dans une forêt, t étant le nombre d'années écoulées à partir du début de l'an 1996.

t	P
0	5000
1	3600
2	2600
3	1800
4	1310
5	940

(a) Détermine l'équation qui représente le mieux cette situation.

(1 point)

Réponse finale

(b) Après combien d'années y aura-t-il seulement 500 lièvres qui restent dans cette forêt?

(2 points)

Montre ton travail ci-dessus et écris ta conclusion ou réponse finale dans la boîte ci-dessous.

27. La population d'une région était de 540 000 au début de l'an 2000. Depuis, la population a connu un accroissement continu à un taux moyen de 1,2 % par année.

(a) Détermine la population prévue pour cette région au début de l'an 2020.

(2 points)

Montre ton travail ci-dessus et écris ta conclusion ou réponse finale dans la boîte ci-dessous.

(b) Quelle supposition devront-on faire afin d'utiliser la valeur obtenue en (a) comme prédiction de la population au début de l'an 2020?

(1 point)

28. Détermine la valeur de x .

(a) $(9^{2x+1})(3^{x-3}) = \left(\frac{1}{27}\right)^{x-1}$

(3 points)

Montre ton travail ci-dessus et écris ta conclusion ou réponse finale dans la boîte ci-dessous.

(b) $4(5^{3x-1}) = 320$

(2 points)

Montre ton travail ci-dessus et écris ta conclusion ou réponse finale dans la boîte ci-dessous.

29. Résous l'équation suivante afin de déterminer la valeur de x .

(3 points)

$$\log_2(2x + 5) + \log_2 x = \log_2 12$$

Montre ton travail ci-dessus et écris ta conclusion ou réponse finale dans la boîte ci-dessous.

30. Explique comment les graphiques de $y = b^x$ et $y = \left(\frac{1}{b}\right)^x$ sont reliés lorsque $b > 0$ et $b \neq 1$. Écris un total de 3 ressemblances, différences et/ou liens. (3 points)

31. Démontre que si $\log_b c = m^4$ et $\log_c b = \frac{5}{m^3}$ alors $m = \frac{1}{5}$.

(3 points)

32. Dans un plan cartésien, les extrémités du diamètre d'un cercle sont $(17, -7)$ et $(-7, 3)$. Trouve l'équation du cercle sous la forme standard.

(3 points)

Montre ton travail ci-dessus et écris ta conclusion ou réponse finale dans la boîte ci-dessous.

33. L'équation générale d'une ellipse est $49x^2 + 9y^2 + 196x - 90y - 20 = 0$.

(a) Détermine la forme standard (canonique) de cette équation.

(3 points)

Montre ton travail ci-dessus et écris ta conclusion ou réponse finale dans la boîte ci-dessous.

--

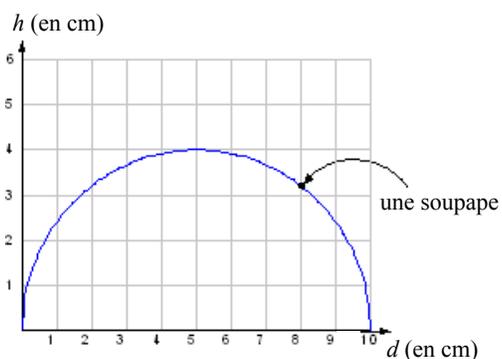
(b) Détermine la longueur du petit axe et du grand axe de l'ellipse obtenue en (a).

(1 point)

<i>Longueur du petit axe</i>	
----------------------------------	--

<i>Longueur du grand axe</i>	
----------------------------------	--

34. Dans un moteur révolutionnaire, l'intérieur du cylindre de combustion doit avoir la forme d'une demi-ellipse. La figure ci-dessous donne les dimensions de la demi-ellipse :



Si une soupape est placée à 2 cm de l'extrémité droite de l'ellipse, comme démontré dans la figure, à quelle distance de l'axe horizontal se trouve la soupape? Résous ce problème algébriquement. (4 points)

Montre ton travail ci-dessus et écris ta conclusion ou réponse finale dans la boîte ci-dessous.

--

35. Soit l'angle θ en position standard. Si $\sin \theta = -\frac{1}{2}$ et $\cos \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, réponds aux questions suivantes.

(a) Dans quel quadrant le côté terminal de θ se trouve-t-il? (1 point)

<i>Réponse finale</i>	
-----------------------	--

(b) Quelle est la mesure, en radians, de l'angle θ ? (1 point)

<i>Réponse finale</i>	
-----------------------	--

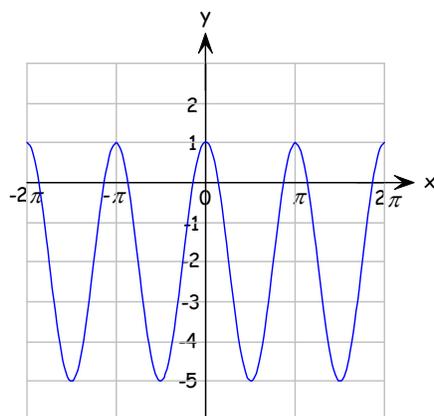
(c) Quelle est la valeur exacte de $\tan \theta$? (1 point)

<i>Réponse finale</i>	
-----------------------	--

(d) Écris une expression représentant tous les angles θ pour lesquels $\sin \theta = -\frac{1}{2}$ et $\cos \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$. (1 point)

<i>Réponse finale</i>	
-----------------------	--

36. Soit le graphique suivant :



(a) Détermine l'équation du graphique en terme de la fonction cosinus sous la forme $y = A \cos[B(x+c)] + D$.

(2 points)

Réponse finale

(b) Détermine l'équation du graphique en terme de la fonction sinus sous la forme $y = A \sin[B(x+c)] + D$.

(2 points)

Réponse finale

(c) Quel est le domaine et l'image de la fonction représentant le graphique ci-dessus.

(2 points)

Domaine

Image

37. Résous $2 \cos^2 x - \cos x - 1 = 0$ pour toutes les solutions.

(4 points)

Montre ton travail ci-dessus et écris ta conclusion ou réponse finale dans la boîte ci-dessous.

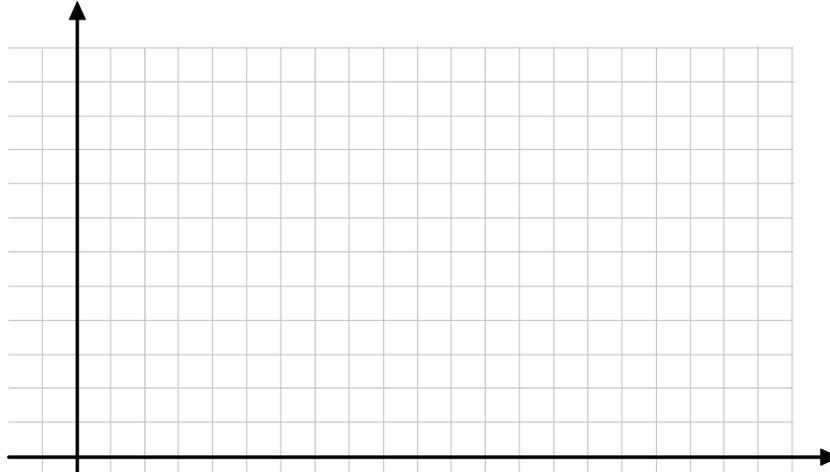
38. Résous l'équation $\sin x = -x^2 + 2$.

(3 points)

Montre ton travail ci-dessus et écris ta conclusion ou réponse finale dans la boîte ci-dessous.

39. La hauteur, h , en mètres, des marées d'un havre en Nouvelle-Écosse varie en fonction du temps, t , en heures, selon la fonction $h(t) = 4\sin(30t) + 6$ (où l'angle $30t$ est exprimé en degrés). À minuit, le niveau de l'eau est 6 mètres.

(a) Trace le graphique défini par la fonction ci-dessus. (trace au moins une période) (2 points)



(b) Détermine algébriquement l'intervalle de temps au cours duquel le bateau ne pourrait ni entrer ni sortir du havre entre minuit et midi. Un bateau a besoin d'au moins 3 mètres d'eau pour entrer ou sortir du havre. (3 points)

Montre ton travail ci-dessus et écris ta conclusion ou réponse finale dans la boîte ci-dessous.

(c) Afin de vérifier les solutions de la partie (b), détermine graphiquement l'intervalle de temps au cours duquel le bateau ne pourrait ni entrer ni sortir du havre entre minuit et midi. Un bateau a besoin d'au moins 3 mètres d'eau pour entrer ou sortir du havre. (3 points)

Montre ton travail ci-dessus et écris ta conclusion ou réponse finale dans la boîte ci-dessous.

40. Simplifie l'expression $1 - \frac{\sin^2 x}{1 + \cos x}$.

(4 points)

Montre ton travail ci-dessus et écris ta conclusion ou réponse finale dans la boîte ci-dessous.

41. Démontre que $\cos(3\theta) = 4\cos^3\theta - 3\cos\theta$.

(4 points)

Montre ton travail ci-dessus et écris ta conclusion ou réponse finale dans la boîte ci-dessous.

42. Une étude démontre que la vitesse moyenne des automobilistes sur une autoroute est 112 km/h avec un écart type de 12 km/h. Ces données sont normalement distribuées. Sur cette autoroute, la limite de vitesse est 110 km/h, mais les policiers tolèrent des excès de vitesse allant jusqu'à 117 km/h.

(a) Quelle est la probabilité que la vitesse d'une automobiliste soit entre 110 et 117 km/h? (1 point)

Montre ton travail ci-dessus et écris ta conclusion ou réponse finale dans la boîte ci-dessous.

(b) Si les policiers enregistrent la vitesse de 450 voitures, combien d'automobilistes auront dépassé la limite de vitesse de 110 km/h? (2 points)

Montre ton travail ci-dessus et écris ta conclusion ou réponse finale dans la boîte ci-dessous.

(c) Trouve l'étendue des vitesses qui contient 80 % des automobilistes. (2 points)

Montre ton travail ci-dessus et écris ta conclusion ou réponse finale dans la boîte ci-dessous.

- 43.** Un fabricant de calculatrices estime que 5 % des calculatrices fabriquées sont défectueuses. Si votre école commande 10 calculatrices, quelle est la probabilité qu'au moins 2 calculatrices soient défectueuses? (3 points)

Montre ton travail ci-dessus et écris ta conclusion ou réponse finale dans la boîte ci-dessous.

- 44.** Un joueur de basketball amateur réussit un tir de trois points 12 % du temps lors d'une saison durant laquelle il a effectué 400 essais. Sous les mêmes conditions, quelle est la probabilité que ce joueur réussisse moins de 50 tirs de trois points dans 400 essais la saison suivante? (3 points)

Montre ton travail ci-dessus et écris ta conclusion ou réponse finale dans la boîte ci-dessous.



Examens de la Nouvelle-Écosse Mathématiques avancées 12

Solutionnaire - Exemple Web 2

Clé – Questions à réponses choisies

- | | |
|-------|-------|
| 1. D | 14. A |
| 2. A | 15. B |
| 3. D | 16. B |
| 4. C | 17. D |
| 5. B | 18. C |
| 6. B | 19. A |
| 7. D | 20. C |
| 8. A | 21. B |
| 9. D | 22. C |
| 10. B | 23. A |
| 11. C | 24. C |
| 12. B | 25. D |
| 13. B | |

Question 26 (a)

(1 point)

Points accordés :

- 0,5 pt : preuve d'utilisation de régression exponentielle (il suffit d'une indication des valeurs de a et b)
- 0,5 pt : indiquer l'équation d'après la régression

```
ExpReg
y=a*b^x
a=5019.967543
b=.7146841273
r^2=.9997165911
r=-.9998582855
```

$$P = 5019,97(0,71)^t$$

Question 26 (b)

(2 points)

Points accordés:

- 0,5 pt : substitution de 500 pour P
- 1 pt : transformation en forme logarithmique
- 0,5 pt : résolution

$$P = 5019,97(0,71)^t$$

$$500 = 5019,97(0,71)^t$$

$$\frac{500}{5019,97} = (0,71)^t$$

$$\log \frac{500}{5019,97} = \log(0,71)^t$$

$$\log \frac{500}{5019,97} = t \log(0,71)$$

$$\frac{\log \frac{500}{5019,97}}{\log(0,71)} = t$$

$$6,73 = t$$

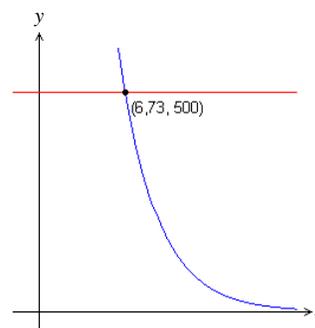
Il y aura seulement 500 lièvres après 6,73 années (ou dans l'année 2002).

Points accordés:

- 0,5 pt : identifier les équations utilisés
- 1 pt : graphique illustrant le point d'intersection
- 0,5 pt : solution

$$y_1 = 5019,97(0,71)^t$$

$$y_2 = 500$$



Il y aura seulement 500 lièvres après 6,73 années (ou dans l'année 2002).

OU

Question 27 (a)

(2 points)

Points accordés:

- 1 pt : utilise la formule de croissance continue
- 0,5 pt : substitution des valeurs dans la formule
- 0,5 pt : résolution

$$M = M_0 e^{\left(\frac{r}{100}\right)t}$$

$$M = 540000 e^{\left(\frac{1,2}{100}\right)(20)}$$

$$M \doteq 686474,54$$

La population au début de l'année 2020 sera d'environ 686 475.

Question 27 (b)

(1 point)

Points accordés:

- 1 pt : réponse correcte

On suppose que la population continue à croître de façon continue.

Question 28 (a)

(3 points)

Points accordés:

- 1 pt : transformation en base commune
- 1 pt : loi des exposants
- 0,5 pt : établir l'égalité des exposants
- 0,5 pt : résolution

$$\begin{aligned} (9^{2x+1})(3^{x-3}) &= \left(\frac{1}{27}\right)^{x-1} \\ ((3^2)^{2x+1})(3^{x-3}) &= (3^{-3})^{x-1} \\ (3^{4x+2})(3^{x-3}) &= (3^{-3x+3}) \\ 3^{5x-1} &= 3^{-3x+3} \\ \therefore 5x-1 &= -3x+3 \\ 8x &= 4 \\ x &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Points accordés:

- 1 pt : transformation en forme logarithmique
- 1 pt : loi des logarithmes (produit/addition)
- 0,5 pt : loi des logarithmes (exposants)
- 0,5 pt : résolution

$$\begin{aligned} (9^{2x+1})(3^{x-3}) &= \left(\frac{1}{27}\right)^{x-1} \\ \log(9^{2x+1})(3^{x-3}) &= \log\left(\frac{1}{27}\right)^{x-1} \\ \log 9^{2x+1} + \log 3^{x-3} &= (x-1)\log\left(\frac{1}{27}\right) \\ (2x+1)\log 9 + (x-3)\log 3 &= (x-1)\log\left(\frac{1}{27}\right) \\ \frac{(2x+1)\log 9 + (x-3)\log 3}{\log\left(\frac{1}{27}\right)} &= \frac{(x-1)\log\left(\frac{1}{27}\right)}{\log\left(\frac{1}{27}\right)} \\ -\frac{2}{3}(2x+1) + \left(-\frac{1}{3}\right)(x-3) &= x-1 \\ -\frac{4}{3}x - \frac{2}{3} - \frac{x}{3} + 1 &= x-1 \\ -4x - 2 - x + 3 &= 3x - 3 \\ -8x &= -4 \\ x &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

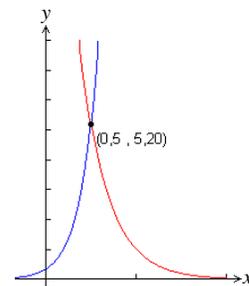
OU

Points accordés:

- 1 pt : indique les équations
- 1,5 pt : graphique illustrant le point d'intersection
- 0,5 pt : solution

$$y_1 = (9^{2x+1})(3^{x-3})$$

$$y_2 = \left(\frac{1}{27}\right)^{x-1}$$



$$x = \frac{1}{2}$$

Question 28 (b)

(2 points)

Points accordés :

- 0,5 pt : prendre le log de chaque côté
- 0,5 pt : lois des logarithmes (exposant)
- 1 pt : résolution

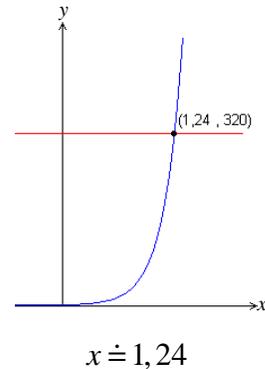
$$\begin{aligned}
 4(5^{3x-1}) &= 320 \\
 5^{3x-1} &= 80 \\
 \log 5^{3x-1} &= \log 80 \\
 (3x-1)\log 5 &= \log 80 \\
 3x-1 &= \log_5 80 \\
 3x &= \log_5 80 + 1 \\
 x &= \frac{\log_5 80 + 1}{3} \\
 x &\doteq 1,24
 \end{aligned}$$

OU

Points accordés:

- 0,5 pt : identifier les équations du graphique
- 1 pt : graphique montrant le point d'intersection
- 0,5 pt : solution

$$\begin{aligned}
 y_1 &= 4(5^{3x-1}) \\
 y_2 &= 320
 \end{aligned}$$



Question 29

(3 points)

Points accordés:

- 1 pt : loi de logarithmes (somme/produit)
- 1 pt : égalité des arguments de logarithmes de même base
- 1 pt : résolution

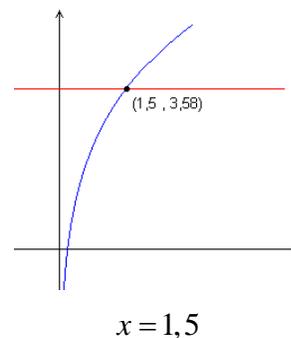
$$\begin{aligned}
 \log_2(2x+5) + \log_2 x &= \log_2 12 \\
 \log_2(2x+5)(x) &= \log_2 12 \\
 \therefore (2x+5)(x) &= 12 \\
 2x^2 + 5x - 12 &= 0 \\
 2x^2 + 8x - 3x - 12 &= 0 \\
 2x(x+4) - 3(x+4) &= 0 \\
 (2x-3)(x+4) &= 0 \\
 2x-3=0 & \quad x+4=0 \\
 2x=3 & \quad \cancel{x=-4} \\
 x = \frac{3}{2} &
 \end{aligned}$$

OU

Points accordés :

- 0,5 pt : équations identifiées
- 1,5 pt : graphique montrant le point d'intersection
- 1 pt : solution

$$\begin{aligned}
 y_1 &= \log_2(2x+5) + \log_2 x \\
 y_2 &= \log_2 12
 \end{aligned}$$



Question 30

(3 points)

Points accordés:

- 1 pt : pour chaque ressemblance/différence/liens identifié (exemples ci-dessous)

- Les deux graphiques ont la même asymptote horizontale.
- Les deux graphiques ont la même ordonnée à l'origine.
- Lorsque $y = b^x$ est croissant, $y = \left(\frac{1}{b}\right)^x$ est décroissant.

Lorsque $y = b^x$ est décroissant, $y = \left(\frac{1}{b}\right)^x$ est croissant.

- Un graphique est une réflexion de l'autre par rapport à l'axe des y .
- Les deux fonctions ont le même domaine et image.

Question 31

(3 points)

Points accordés:

- 1 pt : transformation en forme exponentielle
- 1 pt : substitution de b dans l'équation
- 0,5 pt : égalité des exposants
- 0,5 pt : résolution

$$\log_b c = m^4$$

$$\therefore b^{m^4} = c$$

$$\log_c b = \frac{5}{m^3}$$

$$\therefore c^{\frac{5}{m^3}} = b$$

$$\left(c^{\frac{5}{m^3}}\right)^{m^4} = c$$

$$c^{5m} = c$$

$$\therefore 5m = 1$$

$$m = \frac{1}{5}$$

Question 32

(3 points)

Points accordés:

- 1 pt : calcul du centre du cercle
- 1 pt : calcul de la longueur du rayon
- 1 pt : l'équation du cercle sous forme standard

$$\text{point milieu } \left(\frac{17+(-7)}{2}, \frac{(-7)+3}{2} \right)$$
$$(5, -2)$$

$$d = \sqrt{(17-5)^2 + (-7-(-2))^2}$$
$$= \sqrt{144+25}$$
$$= \sqrt{169}$$
$$= 13$$

$$(x-5)^2 + (y+2)^2 = 169$$

Question 33 (a)

(3 points)

Points accordés:

- 1 pt : factorisation de coefficients de x^2 et y^2
- 1 pt : compléter le carré et balancer
- 1 pt : forme standard

$$49x^2 + 9y^2 + 196x - 90y - 20 = 0$$

$$49x^2 + 196x + 9y^2 - 90y = 20$$

$$49(x^2 + 4x + 4) + 9(y^2 - 10y + 25) = 20 + 196 + 225$$

$$49(x+2)^2 + 9(y-5)^2 = 441$$

$$\frac{(x+2)^2}{9} + \frac{(y-5)^2}{49} = 1$$

Question 33 (b)

(2 points)

Points accordés:

- 1 pt : longueur du petit axe
- 1 pt : longueur du grand axe

longueur du petit axe: 6 unités
longueur du grand axe: 14 unités

Question 34

(4 points)

Points accordés:

- 2 pt : déterminer l'équation de l'ellipse
- 1 pt : substitution de 8 pour x
- 1 pt : résolution

$$\text{axe horizontal : } (10 \div 2)^2 = 25$$

$$\text{axe vertical : } (8 \div 2)^2 = 16$$

$$\text{centre : } (5, 0)$$

$$\frac{(x-5)^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$$

$$\frac{(8-5)^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$$

$$\frac{9}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$$

$$144 + 25y^2 = 400$$

$$25y^2 = 256$$

$$y^2 = 10,24$$

$$y = 3,2$$

La soupape est à une distance de 3,2 cm de l'axe horizontale.

Question 35 (a)

(1 point)

Points accordés :

- 1 pt : réponse correcte

Le côté terminal se trouve dans le 3^e quadrant.

Question 35 (b)

(1 point)

Points accordés :

- 1 pt : réponse correcte

$$\text{mesure en radians: } \frac{7\pi}{6}$$

Question 35 (c)

(1 point)

Points accordés :

- 1 pt : réponse correcte

$$\tan \frac{7\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Question 35 (d)

(1 point)

Points accordés :

- 1 pt : réponse correcte

$$\theta = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Question 36 (a)

(2 points)

Points accordés:

- 0,5 pt : amplitude
- 0,5 pt : période
- 0,5 pt : translation verticale
- 0,5 pt : déphasage

$$y = 3 \cos 2x - 2$$

Question 36 (b)

(2 points)

Points accordés:

- 0,5 pt : amplitude
- 0,5 pt : période
- 0,5 pt : translation verticale
- 0,5 pt : déphasage

$$y = 3 \sin 2 \left(x + \frac{\pi}{4} \right) - 2$$

Question 36 (c)

(2 points)

Points accordés :

- 1 pt : domaine
- 1 pt : image

domaine: $x \in \mathbb{R}$

image: $-5 \leq y \leq 1, y \in \mathbb{R}$

Question 37

(4 points)

Points accordés:

- 1 pt : factorisation de la quadratique
- 1 pt : solutions pour $2\cos x + 1 = 0$
- 1 pt : solution pour $\cos x + 1 = 0$
- 1 pt : solution générale

$$2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$$

$$(2\cos x + 1)(\cos x - 1) = 0$$

$$2\cos x + 1 = 0$$

$$2\cos x = -1$$

$$\cos x = -\frac{1}{2}$$

$$x = \cos^{-1} -\frac{1}{2}$$

$$x = 120^\circ \text{ ou } 240^\circ$$

$$x = 0^\circ + 120^\circ k, k \in \mathbb{Z}$$

ou

$$x = 0 + \frac{2\pi}{3}k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\cos x - 1 = 0$$

$$\cos x = 1$$

$$x = \cos^{-1} 1$$

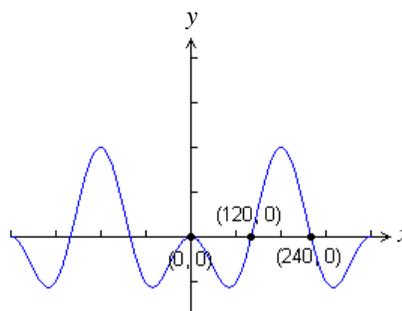
$$x = 0^\circ$$

OU

Points accordés :

- 0,5 pt : indiquer l'équation dans le graphique
- 1,5 pt : tracer le graphique indiquant les zéros
- 1 pt : trois solutions
- 1 pt : solution générale

$$y = 2\cos^2 x - \cos x - 1$$



$$x = 0^\circ \text{ ou } 120^\circ \text{ ou } 240^\circ$$

$$x = 0^\circ + 120^\circ k, k \in \mathbb{Z}$$

ou

$$x = 0 + \frac{2\pi}{3}k, k \in \mathbb{Z}$$

Question 38

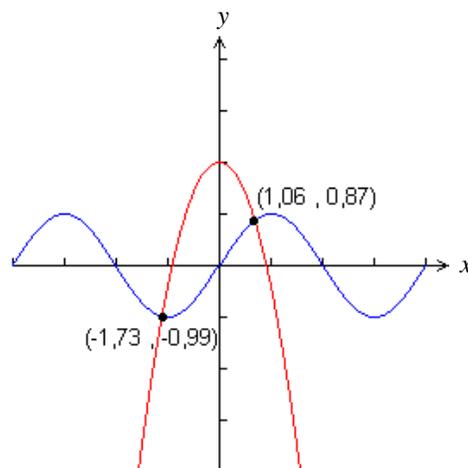
(4 points)

Points accordés :

- 0,5 pt : indiquer les équations dans le graphique
- 1,5 pt : tracer le graphique indiquant les points d'intersection
- 1 pt : deux solutions

$$y_1 = \sin x$$

$$y_2 = -x^2 + 2$$



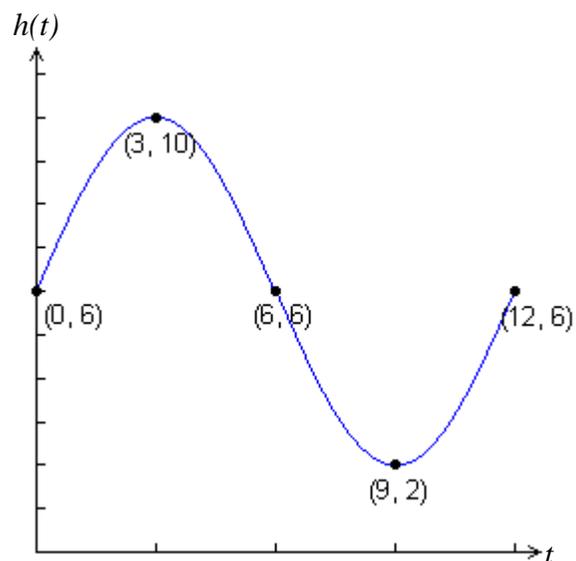
$$x = -1,73 \text{ ou } 1,06$$

Question 39 (a)

(2 points)

Points accordés :

- 1 pt : période est correcte
- 0,5 pt : graphique sinusoïdale passant par les points indiqués
- 0,5 pt : au moins une période est illustrée



Question 39 (b)

(3 points)

Points accordés :

- 1 pt : égalité à 3
- 1 pt : résoudre pour t
- 0,5 pt : première solution
- 0,5 pt : deuxième solution

$$4 \sin(30t) + 6 = 3$$

$$4 \sin(30t) = -3$$

$$\sin(30t) = -\frac{3}{4}$$

$$30t = \sin^{-1} -\frac{3}{4}$$

$$30t \doteq -48,59$$

$$t \doteq -1,62$$

$$t \doteq -1,62 + 12 \quad t \doteq 9 - (10,38 - 9)$$

$$\doteq 10,38 \quad \doteq 7,62$$

Le bateau ne pourrait ni entrer ni sortir du havre entre 7,62 et 10,38 heures après minuit.

Question 39 (c)

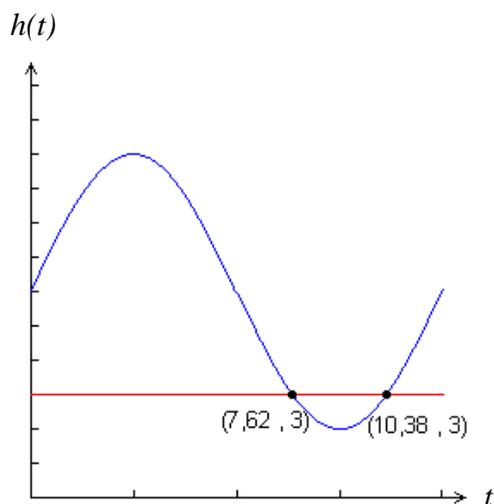
(3 points)

Points accordés:

- 1 pt : identifier les équations du graphique
- 1 pt : graphique montrant les points d'intersection
- 1 pt : solutions

$$y_1 = 4 \sin(30x) + 6$$

$$y_2 = 3$$



$$x = 7,62 \text{ et } 10,38$$

Le bateau ne pourrait ni entrer ni sortir du havre entre 7,62 et 10,38 heures après minuit.

Question 40

(4 points)

Points accordés:

- 1 pt : remplacer $\sin^2 x$
- 1,5 pt : factorisation de $1 - \cos^2 x$
- 1 pt : simplification
- 0,5 pt : résolution

$$\begin{aligned}1 - \frac{\sin^2 x}{1 + \cos x} &= 1 - \frac{1 - \cos^2 x}{1 + \cos x} \\ &= 1 - \frac{(1 - \cos x)(1 + \cos x)}{1 + \cos x} \\ &= 1 - (1 - \cos x) \\ &= 1 - 1 + \cos x \\ &= \cos x\end{aligned}$$

ou

Points accordés :

- 1 pt : dénominateur commun
- 1 pt : remplacer $\sin^2 x$
- 0,5 pt : simplification du numérateur
- 1 pt : factorisation du numérateur
- 0,5 pt : résolution

$$\begin{aligned}1 - \frac{\sin^2 x}{1 + \cos x} &= \frac{1 + \cos x}{1 + \cos x} - \frac{\sin^2 x}{1 + \cos x} \\ &= \frac{1 + \cos x - (1 - \cos^2 x)}{1 + \cos x} \\ &= \frac{1 + \cos x - 1 + \cos^2 x}{1 + \cos x} \\ &= \frac{\cos x + \cos^2 x}{1 + \cos x} \\ &= \frac{\cos x(1 + \cos x)}{1 + \cos x} \\ &= \cos x\end{aligned}$$

Question 41

(5 points)

Points accordés:

- 1 pt : réécrire M.G. comme somme de deux angles
- 1 pt : utiliser les identités de la somme de deux angles
- 1 pt : utiliser les identités d'angle double
- 1 pt : utiliser l'identité $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$
- 1 pt : simplification

$$\cos(3\theta) = 4\cos^3 \theta - 3\cos \theta$$

$$\text{M.G.} = \cos(2\theta + \theta)$$

$$= \cos(2\theta)\cos \theta - \sin(2\theta)\sin \theta$$

$$= \cos \theta (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) - 2\sin \theta \cos \theta \sin \theta$$

$$= \cos \theta (\cos^2 \theta - (1 - \cos^2 \theta)) - 2\sin^2 \theta \cos \theta$$

$$= \cos \theta (2\cos^2 \theta - 1) - 2\cos \theta (1 - \cos^2 \theta)$$

$$= 2\cos^3 \theta - \cos \theta - 2\cos \theta + 2\cos^3 \theta$$

$$= 4\cos^3 \theta - 3\cos \theta$$

$$\text{M.G.} = \text{M.D.}$$

Question 42 (a)

(1 point)

<p>Points accordés:</p> <ul style="list-style-type: none"> • 0,5 pt : expression pour normalcdf • 0,5 pt : solution 	<p>Points accordés :</p> <ul style="list-style-type: none"> • 0,5 pt : calcul des aires sous la courbe • 0,5 pt : solution
<p style="text-align: center;">$\text{normalcdf}(110, 117, 112, 12) \doteq 0,2277$</p> <p>La probabilité que la vitesse d'un automobiliste soit entre 110 et 117 km/h est 0,23.</p>	<p style="text-align: center;">OU</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> $\text{cote } z_1 = \frac{117-112}{12}$ $= 0,4167$ $\text{aire} = 0,6628$ </div> <div style="text-align: center;"> $\text{cote } z_2 = \frac{110-112}{12}$ $= -0,1667$ $\text{aire} = 0,4325$ </div> </div> $P = 0,6628 - 0,4325$ $= 0,2303$ <p>La probabilité que la vitesse d'un automobiliste soit entre 110 et 117 km/h est 0,23.</p>

Question 42 (b)

(2 points)

<p>Points accordés:</p> <ul style="list-style-type: none"> • 1 pt : expression pour normalcdf • 1 pt : résolution 	<p>Points accordés :</p> <ul style="list-style-type: none"> • 0,5 pt : calcul la cote z • 0,5 pt : conversion en aire sous la courbe • 1 pt : résolution
<p style="text-align: center;">$\text{normalcdf}(110, 10^9, 112, 12) \doteq 0,5662$</p> $450 \times 0,5662 = 254,79$ <p>Environ un total de 255 (ou 254) automobilistes ont dépassé la vitesse limite.</p>	<p style="text-align: center;">OU</p> $\text{cote } z = \frac{110-112}{12}$ $= -0,1667$ $\text{aire} = 0,4325$ $P = 1 - 0,4325$ $= 0,5662$ $450 \times 0,5662 = 254,79$ <p>Environ un total de 255 (ou 254) automobilistes ont dépassé la vitesse limite.</p>

Question 42 (c)

(2 points)

<p>Points accordés:</p> <ul style="list-style-type: none">• 1 pt : calcul de invnorm_1• 1 pt : calcul de invnorm_2	<p>Points accordés :</p> <ul style="list-style-type: none">• 1 pt : calcul limite supérieure• 1 pt : calcul limite inférieure
$\text{invnorm}_1 = (0, 10, 112, 12) \doteq 96,62$	80 % des données se situent entre 10 % et 90 %.
$\text{invnorm}_2 = (0, 90, 112, 12) \doteq 127,38$	cote z pour 90 % $\doteq 1,29$
Environ 80 % des automobilistes rouleront entre une vitesse de 96,62 et 127,38 km/h.	OU
	$1,29 \times 12 + 112 = 127,48$
	cote z pour 10 % $\doteq -1,28$
	$-1,28 \times 12 + 112 = 96,64$
	Environ 80 % des automobilistes rouleront entre une vitesse de 96,64 et 127,48 km/h.

Question 43

(3 points)

<p>Points accordés:</p> <ul style="list-style-type: none">• 1 pt : expressions de probabilités• 1 pt : calculs de probabilités• 1 pt : solution	$P(\text{au moins 2 déf}) = 1 - P(\text{pas de calc déf}) - P(1 \text{ calc déf})$ $= 1 - {}_{10}C_0 (0,05)^0 (0,95)^{10} - {}_{10}C_1 (0,05)^1 (0,95)^9$ $= 1 - 0,5987 - 0,3151$ $= 0,0862$
	OU
<p>Points accordés :</p> <ul style="list-style-type: none">• 2 pts : expression binompdf• 1 pt : solution	$\text{binompdf}(10, 0,05, \{2,3,4,5,6,7,8,9,10\})$ $\text{sum}(\text{Ans}) = 0,0861$

Question 44

(3 points)

Points accordés:

- 0,5 pt : calcul de la moyenne
- 1 pt : calcul de l'écart type
- 1 pt : l'expression du normalcdf
- 0,5 pt : solution

$$\begin{aligned} \text{moyenne} &= np \\ &= 400(0,12) \\ &= 48 \end{aligned} \quad \begin{aligned} \sigma &= \sqrt{npq} \\ &= \sqrt{(400)(0,12)(0,88)} \\ &\doteq 6,4992 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{normalcdf} &= (0, 49, 48, 6,4992) \\ &\doteq 0,5611 \end{aligned}$$

La probabilité que le joueur réussisse moins de 50 tirs est de 0,56.

Points accordés :

- 0,5 pt : calcul de la moyenne
- 1 pt : calcul de l'écart type
- 1 pt : calcul de la cote z
- 0,5 pt : solution

$$\begin{aligned} \text{moyenne} &= np \\ &= 400(0,12) \\ &= 48 \end{aligned} \quad \begin{aligned} \sigma &= \sqrt{npq} \\ &= \sqrt{(400)(0,12)(0,88)} \\ &\doteq 6,4992 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{cote } z &= \frac{49 - 48}{6,4992} \\ &\doteq 0,1539 \end{aligned}$$

$$\text{aire} = 0,5596$$

La probabilité que le joueur réussisse moins de 50 tirs est de 0,56.

OU